Euro et Math, le retour

Robert Rolland

30 Septembre 2014

1 Euros encore plus neufs et preuves un peu plus vieilles

Les nouveaux Euros sont arrivés, bien beaux, bien nets, avec un petit côté rétro : pour un peu on vendrait nos bitcoins pour les avoir. Je ne doute pas qu'ils soient beaucoup plus difficiles à falsifier que les précédents, mais ce n'est pas le sujet. Le sujet c'est le code détecteur d'erreurs utilisé dans la numérotation des coupures. Je le rappelle, ce code ne joue aucun rôle dans la sécurité de la monnaie, il est juste présent pour vérifier, lorsqu'on est amené à saisir des numéros de billets, qu'il n'y a pas d'erreurs.
Sont-ils, de ce point de vue, plus amusants que les anciens ? Hélas, la réponse est certainement non. C'est toujours, comme sur les anciennes coupures, la vieille preuve par 9 qui officie. Certes, le calcul est un peu différent, mais basé sur le même principe (voir pour les anciens billets la note intitulée « Euro et Math » qui se trouve à l'adresse
`http://robert.rolland.acrypta.com/index.php/upload/lycees`).

Le code est le suivant : les deux lettres (avant il n'y en avait qu'une) sont remplacées par leur position dans l'alphabet. Par exemple le A est remplacé par 1, le Z par 26, le U par 21, le E par 5, etc. Ceci étant fait on considère le nombre constitué par cette substitution des deux lettres suivie des chiffres inscrits à la suite des deux lettres, on prend le tout modulo 9 (preuve par 9) et on doit obtenir 7.

Exemple : billet UE3171381776. U est remplacé par 21 et E par 5, on obtient 2153171381776. On fait une preuve par 9 (on ajoute les chiffres successifs, quand on tombe sur 9 on remplace par 0, si le résultat donne un nombre à deux chiffres on ajoute ces deux chiffres) :

$$2+1=3,\ 3+5=8,\ 8+3=11 \to 1+1=2,\ 2+1=3,\ 3+7=10 \to 1+0=1,$$

$$1+1=2,\ 2+3=5,\ 5+8=13 \to 1+3=4,$$

$$4+1=5,\ 5+7=12 \to 1+2=3,\ 3+7=10 \to 1+0=1,\ 1+6=7.$$

En voici un autre : NA3802962421. En remplaçant N par 14, et A par 1, on obtient 1413802962421. La preuve par 9 sur ce nombre donne bien 7.

2 Que penser de ce code

Si on prend en compte le fait que les erreurs de saisie les plus courantes sont

— l'erreur simple sur la saisie d'un chiffre,

— la permutation de deux chiffres consécutifs,

on conclut qu'un bon code détecteur d'erreurs doit posséder, dans ce contexte, les bonnes propriétés suivantes :

— la clé doit être courte (1 chiffre),

— il doit détecter une erreur simple,

— il doit détecter une permutation de deux chiffres consécutifs.

Alors qu'en est-il du code détecteur de nos nouveaux euros (qui entre nous ne valent pas plus cher que les anciens) ? On peut dire que ce code a un chiffre de clé, puisque si on donne les lettres et tous les chiffres sauf le dernier, ce dernier se calcule, et on peut dire que c'est la clé.

Ce code ne détecte pas toujours une erreur simple puisque 0 est confondu avec 9. Par ailleurs il est clair qu'une permutation des chiffres ne change rien au résultat du calcul, donc ce code ne détecte pas une permutation de deux chiffres consécutifs.

Je rappelle qu'il existe des codes avec une clé d'un seul chiffre qui détectent toujours une erreur simple et qui détectent toujours une permutation de deux chiffres consécutifs. On pourra voir à ce sujet

`http://robert.rolland.acrypta.com/index.php/upload/lycees`, Mathématiques en liaison avec des problèmes concrets Tome II.

3 Une version unifiée

Voici une version de l'algorithme qui marche a la fois pour les anciens et les nouveaux billets : On remplace la ou les lettres par sa ou ses valeurs (place dans l'alphabet). On fait la preuve par 9 du nombre obtenu et on ajoute le nombre de lettres modulo 9 : on doit obtenir 0.
En effet pour les anciens billets qui n'avaient qu'une lettre on obtenait 8 modulo 9 et donc $8 + 1 \equiv 0$ modulo 9 et pour les nouveaux billets qui ont deux lettres on trouve 7 modulo 9 et donc $7 + 2 \equiv 0$ modulo 9.
On peut alors se poser la question légitime suivante pour laquelle il faut une boule de cristal : quand les billets à trois lettres arriveront, cet algorithme unifié sera-t-il encore valide ?

4 Pour finir

Petite histoire vraie. Un de nos collègues, professeur de Lycées, avait concocté un problème sur la détection des erreurs des anciens billets. Un individu (triste), se disant banquier (peut être l'était-il), s'en vint lui reprocher de donner un sujet sans rapport avec la réalité. Comment, un tel code ! Mais ça n'a aucun sens, aucune existence, clamait il, et pour tout dire c'était du pur délire. Hélas pour lui, il suffisait de vérifier pour le confondre ! Les chiffres, c'est magique comme disait un de mes étudiants, et je rajouterais que c'est redoutable, car la vérification est à la portée de tous. Ce n'est pas comme les émissions politiques à la télé où on peut dire n'importe quoi tout en ayant l'air sérieux. Alors, avant de crier à la blague (marseillaise bien sûr), vérifiez, vous en viendrez à bout.